FLORENTIN SMARANDACHE

Où se trouve la faute sur les integrales?

In Florentin Smarandache: "Généralisations et Généralités". Fès (Maroc): Édition Nouvelle, 1984.

OU SE TROUVE LA FAUTE SUR LES INTEGRALES ???

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, définie par $f(x) = 2 \sin x \cos x$.
Calculons la primitive de celle-ci :

(1) Première méthode.

$$\int 2 \sin x \cos x \, dx = 2\int u \, du = 2 \frac{u^2}{2} = u^2 = \sin^2 x, \text{ avec } u=\sin x.$$

On a donc $F_1(x) = \sin^2 x$.

(2) Deuxième méthode :

$$\int 2 \sin x \cos x \, dx = -2 \int \cos x(-\sin x) \, dx = -2\int v \, dv = -v^2,$$

donc $F_2(x) = -\cos^2 x$.

(3) Troisième méthode :

$$\int 2 \sin x \cos x \, dx = \int \sin 2x \, dx = 1/2 \int (\sin 2x) \, 2dx =$$

$$= 1/2 \int \sin t \, dt = -1/2 \cos t \text{ donc } F_3(x) = -1/2 \cos 2x .$$

On a ainsi obtenu 3 primitives différentes de la même fonction.
Comment est-ce possible ?

<u>Réponse</u> : Il n'y a aucune faute ! On sait qu'une fonction admet une infinité de primitives (si elle en admet une), qui ne diffèrent que par une constante.

Dans notre exemple on a :

$F_2(x) = F_1(x) - 1$ pour tout réel x ,

et $F_3(x) = F_1(x) - 1/2$ pour tout réel x .